التقدير في الرياضيات

ليانا جابر

ملخص:

تتناول هذه المقالة موضوع التقدير، الذي يعتبر من المهارات الذهنية العليا، حيث يتم إلقاء الضوء على أهميته، وأنواعه المختلفة، ومستوى تحصيل الطلاب فيه على الصعيد المحلي، ثم تتخصص المقالة في النوع الأول من أنواع التقدير وهو التقدير الحسابي، حيث يتم تناول المهارات المتعلقة بالتقدير الحسابي، واستراتيجيات تدريسه، وتعليمه، وتقييمه، ثم تختتم هذه المقالة بنماذج لأنشطة حول الأنواع الثلاثة من أنواع التقدير.

مقدمة

أعار المنهاج الفلسطيني الجديد مهارة التقدير اهتماماً خاصاً في كتب الرياضيات، آخذاً بعين الاعتبار التوجهات العالمية في حقل تعليم الرياضيات الداعية إلى ذلك، إذ خصص لها محوراً رئيسياً في الخطوط العريضة لمنهاج الرياضيات (الخطوط العريضة لمنهاج الرياضيات، 1999)، وتم إدراج هذا الموضوع ضمن المواضيع المختلفة في كتب الرياضيات المدرسية. ولكن من خلال عملي مع المعلمين، لاحظت عدم وجود دراية كافية لهذا الموضوع عند عدد ليس بقليل منهم، وقصوراً في وعيهم لأهميته، بل على العكس كان هناك توجه عند البعض نحو حذف هذا الموضوع، نظراً لعدم أهميته، ولهذا اخترت هذا الموضوع ضمن سلسلة المواضيع في تعليم الرياضيات التي أدرجها في كل عدد، ليتم توضيح جوانبه المختلفة.

يحتل موضوع التقدير مكانة مهمة بين المواضيع التي أولاها التربويون الرياضيون اهتماماً خاصاً في أبحاثهم ومقالاتهم، الأمر الذي انعكس على الرياضيات المدرسية إلى حد ملموس، فقد شهد الحقل التربوي في الثلاثين سنة الماضية اهتماماً متزايداً في هذا الموضوع.

أوصى المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في أمريكا (National Council of Teachers of mathematics NCTM, 1989) باعتبار التقدير مهارة أساسية في الصفوف من التمهيدي إلى الثامن، ودعا إلى إيلائها اهتماماً كبيراً في الكتب المدرسية، كما اعتبر التقدير بفروعه المختلفة مهارة رياضية أساسية من الواجب إتقانها(Carpenter,et al, 1976; Reys, et a 1982). ومن الأسباب التي أدت إلى الاهتمام بموضوع التقدير أهميته في الأوضاع اليومية التي تتطلب استعمال الأعداد، كما أن أهمية التقدير في بعض الأحيان تفوق أهمية الحساب البسيط في عصرٍ يكثر فيه استعمال الآلات الحاسبة، إذ يكون استعمال التقدير أداة للتحقق من معقولية الحل وتلافي خطأ ممكن أن يكون قد وجد بسبب خطأ في الإدخال (Levine,1982; Johnson, 1979) .

تعتبر مهارة التقدير مهمة في إكساب الطالب اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات، حيث أن النشاطات التقديرية يمكن أن تكون ممتعة من خلال الألعاب، كما أنها توفر نوعاً من الحرية في التعبير عن طريقة الطالب، في التقدير، بالإضافة إلى ذلك فإنها قد تلغي المنافسة التي تخلق قلقاً عند الطالب، حيث لا توجد إجابة واحدة صحيحة (O'Daffer, 1979).

كشفت الدراسات المحلية على الصعيد الفلسطيني وجود ضعف عام في مستوى التحصيل في الرياضيات، كما ألقت الضوء على مستوى أداء الطلاب بما يتعلق بالتقدير الذي يعاني هو الآخر من تدن واضح، فقد أجريت دراستان (وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، 1997) تناولتا موضوع التقدير، حيث أجريت الأولى على 1877 طالباً وطالبة من طلبة الصف الرابع الأساسي في الضفة الغربية، والثانية على 1948 طالباً وطالبة من طلبة الصف السادس الأساسي في الضفة الغربية وقطاع غزة، كان الهدف من الدراستين قياس مستوى الطلبة في عدة مهارات رياضية من بينها التقدير الحسابي. بلغت نسبة النجاح في الاختبار المصمم للدراسة الأولى 40%، وفي مهارة التقدير 38.1%، أما الدراسة الثانية فكانت نسبة النجاح فيها 27.35%، ومتوسط الأداء 40.56%، أما متوسط الأداء في البنود الخاصة بالتقدير فبلغ 43.39%، مما سبق نلاحظ وجود تدنٍ واضح في مستوى التحصيل في الرياضيات بشكل عام وفي مهارة التقدير بشكل خاص.

وكشفت دراسة كمال، ومسعد (1991) حول التحصيل في مادة الرياضيات للصفين السادس والرابع الابتدائي في مدارس المنطقة الوسطى في الضفة الغربية (رام الله، والقدس، وبيت لحم)، عن أن التحصيل في موضوع التقدير والتقريب كان ضعيفاً، حيث هدفت إلى وصف الأداء الرياضي لهذين الصفين في المهارات الحسابية على الأعداد الصحيحة والكسور، والهندسة الابتدائية، والتقدير والتقريب، والقياس، ونظرية الأعداد، وحل المسائل اللفظية (الكلامية) ذات المضمون الحسابي. وقد أجريت هذه الدراسة على عينة مكونة من 918 طالباً وطالبة من الصف الرابع، و861 طالباً وطالبة من الصف السادس، أي ما يعادل 7% من مجتمع الدراسة، دلت النتائج على أن نسبة الإجابات الصحيحة في جميع المجالات بلغت 28.5% للرابع، و22% للسادس، واختبرت قدرات طلبة الصف الرابع التقديرية بسؤالين والصف السادس بأربعة أسئلة، وكانت نسبة الإجابات الصحيحة 25% للرابع، و 15% للسادس، ما يدل على الضعف الواضح في هذه المهارة.

كما أشار تقرير ملخص حول دراسة تشخيص جودة ونوعية التعليم في مدارس فلسطين (وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، 1997)، إلى أن نسبة النجاح في اختبار الرياضيات الذي أجري على 1877 طالباً وطالبة من طلبة الصف الرابع الأساسي بلغ 40.1%، ومتوسط أداء الطلبة 44.3% والانحراف المعياري 22.9%، أما نسبة النجاح في مهارة التقدير بشكل خاص كانت 38.1%.

وفي التقرير الأولي للامتحان الوطني في الرياضيات (وزارة التربية والتعليم الفلسطينية، 1998) كانت نسبة نجاح طلبة الصف السادس في مدارس الضفة الغربية وقطاع غزة على اختلاف أنواعها في امتحان الرياضيات بجميع بنوده والبالغ عددهم 4114 طالباً وطالبة 27.35%، ومتوسط الأداء 40.56%، أما متوسط الأداء في البنود الخاصة بالتقدير فقد بلغ 43.39%.

يكون التقدير مفيداً عندما يكون الحصول على إجابات دقيقة مستحيلاً، أو غير واقعي، أو غير ضروري. القياسات مثل الطول، والمساحة، والسعة، والحجم، والمسافة، والوقت، هي تقديرات يمكن أن تكون أدق بوحدات أصغر ولكنها تبقى تقديرات. في التقدير، نقوم بإعطاء إجابات قريبة بما فيه الكفاية لاتخاذ قرارات جيدة بدون قياسات دقيقة، أو القيام بعمليات حسابية دقيقة وطويلة، ومتعبة.

الخطوة الأولى في تطوير مهارات التقدير هي تعلم كيفية تقييم وضع معين، فيما إذا كان يتطلب إجابة دقيقة أو تقديراً، ودرجة الدقة المطلوبة. فمثلاً عندما نطبخ اللحم على نار هادئة، نصف ساعة أقل أو أكثر ليست بالأمر الحاسم، في حين تكون الدقائق حاسمة عند استعمال المايكروويف. إن اتخاذ القرار في مدى دقة التقدير يشجع مستوى عالياً من التفكير الرياضي.

تختلف استراتيجيات التقدير عن تلك التي نستعملها عند إيجاد جواب دقيق، فمثلاً من الطرق المفيدة في التقدير، ربط التقدير بعلامة مرجعية معينة، مثل سعة كرتونة الحليب، ارتفاع عمارة،...، فأنا حتى الآن ما زلت أقدر الكيلومتر بالمسافة بين بيتنا القديم والمدرسة، والمقدرون الجيدون يستعملون علامات مرجعية متنوعة.

دلت الأبحاث على أن التقدير يوظف الحساب الذهني، والتفكير المرن، ويتحدى الطلاب للتفكير بالأعداد بصورة ذات معنى لهم، يطورون إدراكهم للاستراتيجيات المتنوعة، ويشجعهم على تحمل الخطأ، وتطوير نوع من الوعي لقوة الإجابات غير الدقيقة في اتخاذ القرارات. إن تطوير مهارات التقدير من شأنها أن تبدد ظاهرة الإجابة الواحدة الصحيحة المرتبطة غالباً بالحساب الدقيق، كما أشارت الأبحاث إلى أن الطلاب غالباً ما يقاومون التقدير، فهم يرتاحون أكثر مع الإجابات الدقيقة، وبالتالي فهم غير واعين لمدى قوة التقدير في المدرسة وخارجها (Mclntosh, 1997).

يمكن تصنيف التقدير إلى ثلاثة مجالات رئيسية وهي:

- تقدير عدد الأشياء في مجموعة (estimating numerosity).
- تقدير قياس الأشياء (measurement estimation).
- التقدير الحسابي (computational estimation).

تتعمق هذه المقالة بالنوع الأول من التقدير؛ التقدير الحسابي.

يشكل التقدير الحسابي جانباً مهماً في التقدير بشكل عام، وبالتالي يجب إيلاؤه مزيداً من الاهتمام في الأبحاث المستقبلية (Trafton, 1986)، كما يجب أن يتم تدريس التقدير من خلال المواضيع الأخرى، وأن يبدأ تدريسه في مراحل مبكرة. يجب أن يرافق موضوع التقدير تدريس المفاهيم، والأعداد الصحيحة، والكسور العادية، والكسور العشرية، والأعداد النسبية (Carpenter, et al,1976; Reys, and Reys, 1990)، كما لا يقتصر التقدير الحسابي فقط على تقدير نواتج العمليات الحسابية الأربع على الأعداد الصحيحة والكسور العادية والكسور العشرية، بل تعدى ذلك إلى مجالات وتطبيقات رياضية أخرى مثل تقدير الاقترانات المثلثية، وتقدير القيم العددية لمشتقة اقتران، والتقدير باستخدام الحاسبات مثل (6.159^{123})، كما أن التقدير في الإحصاء والاحتمال يؤديان إلى فهم أفضل لهذين الموضوعين (Sowder, 1992).

وجد قصور على صعيد التدريس، إذ أن الموضوع الذي عادةً يدرس تحت موضوع التقدير أكثر من غيره من المواضيع هو التدوير، ما يجعل الطالب يفشل في حل مسائل تقديرية مفتوحة (Johnson, 1979) كما أن الاقتصار على التدوير فقط يكون غير فعال في كثير من الأحيان، حيث أن التدوير لا يتعدى كونه جانباً واحداً من جوانب التقدير (Reys, and Reys, 1990)، كما يمكن عزو الضعف لدى الطلاب في القدرة

على التقدير إلى وجود خلل معين في الخبرات السابقة اللازمة للقيام بالتقدير، بالإضافة إلى وجود اتجاهات سلبية نحو التقدير عند بعض الطلاب، حيث اعتبروا التقدير الحسابي أقل أهميةً ومنزلةً من الحساب الحقيقي، ومجرد عملية تخمين (Sowder, 1992).

المهارات المتعلقة بالتقدير الحسابي:

ترتبط مهارة التقدير الحسابي بمهارة حل المشكلات، فالطالب الذي يقدر الناتج في حل المشكلات يبتعد غالباً عن الميكانيكية في الحل، كما أن الطالب الذي يقدر الجواب بعد حله للمسألة يكون حساساً بمعقولية الحل، وبالتالي تزداد دافعيته لحل المشكلات بشكل عام (O'Daffer, 1979).

كما يرتبط التقدير الحسابي ارتباطاً وثيقاً بالحس العددي (number sense)، إذ يعتمد كل منهما على الآخر في تنمية فهم نظام الأعداد، اعتبر البعض أن تدريس التقدير والحساب الذهني يؤديان إلى تطوير الحس العددي (Sowder, 1992)، واعتبر البعض أن الحس العددي عنصر ضروري لتنمية مهارة التقدير الحسابي(Sowder,& Schappelle, 1994).

ومن المهارات والمفاهيم المتعلقة بالتقدير الحسابي (Related Conceptual Skills):

1- القدرة على التعامل مع قوى العشرة.
2- المعرفة بالقيمة المنزلية للأعداد.
3- القدرة على مقارنة الأعداد تبعاً لحجمها.
4- القدرة على الحساب الذهني.
5- المعرفة بالحقائق الأساسية.
6- المعرفة بخصائص العمليات واستعمالاتها المناسبة.
7- إدراك أن الأعداد المعدلة يمكن أن تغير ناتج الحساب.

عوامل متعلقة بالتقدير الحسابي:

توجد عدة عوامل متعلقة بالتقدير الحسابي؛ منها عوامل مفاهيمية (Conceptual Components) تتمثل في إدراك أن الأعداد التقريبية تستخدم للحساب، وأن التقدير هو تقريب. وتقبل أكثر من عملية وأكثر من قيمة للحصول على تقدير، وإدراك أن ملاءمة العملية تعتمد على السياق، وأن التقدير يعتمد على الدقة المطلوبة.

كما توجد عناصر مهاراتية (Skill Components)، تتعلق بالعمليات من حيث إعادة صياغة المسألة بتغيير الأعداد المستعملة للحساب، والتعويض بإجراء تعديل أثناء وبعد الحساب، والترجمة بتغيير بنية المسألة، والناتج بتحديد حجم العدد أو المدى للجواب المقدر.

أيضاً توجد عناصر وجدانية Affective Components متعلقة، مثل الثقة بالقدرة على النجاح في الرياضيات، والثقة بالقدرة على التقدير، وتحمل الأخطاء، وإدراك فائدة التقدير.

استراتيجيات التقدير الحسابي:

صنفت استراتيجيات التقدير الحسابي في خمس: استراتيجية البداية – النهاية (front-end strategy)، واستراتيجية التدوير (rounding)، واستراتيجية التجميع أو المعدل (clustering)، واستراتيجية الأعداد المتلائمة (compatible numbers)، واستراتيجية الأعداد الخاصة (special numbers) (Reys, B., 1986)، وفيما يلي شرح لكل منها:

1- استراتيجية البداية – النهاية: يتم التركيز في هذه الاستراتيجية على العدد في أقصى اليسار، لأنه العدد الأهم من حيث قيمته المنزلية، ويمكن إجراء خطوتين في هذه العملية، وتوضح بالمثال التالي:

الخطوة الأولى: التقدير

$$2.58+1.37+0.99+4.79+1.26$$

$$8 = 2 + 1 + 0 + 4 + 1 \approx$$

الخطوة الثانية: التعديل (adjust)

$$3 = \frac{58 + 37}{1} + \frac{99}{1} + \frac{79 + 26}{1}$$ (الأجزاء العشرية)

الجواب النهائي: التقدير الأولي + التعديل = 8+3 = 11

ويمكن استخدام هذه الاستراتيجية في الكسور العادية والأعداد الصحيحة.

2- استراتيجية التدوير: وهي الاستراتيجية الأكثر شيوعاً، ويمكن أن تتبع بخطوة التعديل، وتوجد عدة أنواع للتدوير، نوضحها من خلال الأمثلة التالية:

$28 \times 56 \approx 30 \times 60 = 1800$ (تدوير لأعلى) ويعتبر أعلى من القيمة الحقيقية، لذلك يعدل إلى -1800 (الإشارة السالبة تشير إلى أن الجواب الحقيقي أقل من 1800).

$62 \times 23 \approx 60 \times 20 = 1200$ (تدوير لأسفل) ويعتبر أقل من القيمة الحقيقية، لذلك يعدل إلى +1200 (الإشارة الموجبة تشير إلى أن الجواب الحقيقي أكبر من 1200).

$62 \times 79 \approx 80 \times 60 = 4800$ (تدوير أعلى – أسفل)، وهنا لا يمكننا إجراء خطوة التعديل.

ومن الجدير بالذكر أنه يجب ترك الحرية للطالب لاختيار الأسلوب المناسب في التدوير.

3- استراتيجية التجميع (المعدل): تلائم هذه الاستراتيجية نوعية معينة من المسائل عندما تتجمع مجموعة من الأعداد حول قيمة معينة، والمثال التالي يوضح هذه الاستراتيجية:

73180 + 68490 + 74918 + 67490 + 63819 + 72250

نلاحظ أن القيم السابقة تتجمع حول العدد 70000

الجواب التقديري = معدل القيم × عددها = 70000 x 6 = 420000

ويمكن استعمال هذه الاستراتيجية في الأعداد الصحيحة والكسور العادية والعشرية، وتمتاز هذه الاستراتيجية في أنها أسرع من التقدير باستعمال استراتيجية البداية – النهاية أو التدوير.

4- استراتيجية الأعداد المتلائمة: أكثر استعمالات هذه الاستراتيجية في عملية القسمة، وتركز على اختيار الأعداد القريبة من المقسوم والمقسوم عليه، بحيث تقبل القسمة بدون باق، والمثال التالي يوضح هذه الاستراتيجية:

3388 ÷ 7 ≈ 3500 ÷ 7 = 500

نسمي العددين 3500، 7 أعداد متلائمة لأن 3500 تقبل القسمة على 7. كما يمكن استخدام هذه الاستراتيجية في عملية الجمع، مثل:

27 + 49 + 38 + 65 + 56 + 81

= (27+81) + (49+56) + (38+65)

≈ 100 + 100 + 100 = 300

5- استراتيجية الأعداد الخاصة: وتعتمد على استبدال الأعداد بأعداد أخرى تكون أسهل في الحساب ذهنياً، ومنها قوى العشرة، والكسور الشائعة، والأمثلة التالية توضح هذه الاستراتيجية:

$$\frac{7}{8} + \frac{12}{13} \approx 1 + 1 = 2$$

$$\frac{23}{45} \times 720 \approx \frac{1}{2} \times 720 = 360$$

436.2 ÷ 0.98 = 436 ÷ 1 = 436

9.84% x 816 ≈ 10% x 816 = 81.6

ويفضل تدريس هذه الاستراتيجية بشكل موازٍ للكسور العادية والعشرية والنسبة المئوية.

اعتبرت استراتيجية البداية – النهاية التي سميت القطع (truncation) أن لها أفضلية على استراتيجية التدوير من حيث كونها قريبة من المسألة الأصلية، حيث أن العدد في أقصى اليسار يبقى كما هو، وبالتالي فإن عملية التقدير تصبح أسهل وأسرع مما يعطي المقدر شعوراً بالثقة (Reys, et al, 1984)، بينما استراتيجية التدوير فهي تحتاج إلى تصور ذهني أكبر للأعداد، واعتبرت استراتيجية الأعداد المتلائمة أكثر الاستراتيجيات صعوبة في التطور، إلا أن فائدتها تحتاج إلى بذل الجهود لإتقانها، وهذه الاستراتيجية قد يصعب على الطالب تطويرها ما لم تدرس له بشكل صريح، أما استراتيجية المعدل فهي محدودة الاستعمال ولكنها فعالة في مواقف حياتية متعددة.

كما صنفت استراتيجيات التقدير الحسابي إلى ثلاثة أنواع من العمليات التي يستعملها المقدر عند تقديره للمسألة وهي: إعادة الصياغة (reformulation)، وتشمل استراتيجية التدوير، والقطع، والأعداد المناسبة، والتغيير من عدد لآخر، والترجمة (translation) والتي يتم فيها تغيير صياغة المسألة وتشمل المعدل، والتعويض (compensation) وتشمل عملية التعديل (Sowder & Wheeler, 1989).

تعليم استراتيجيات التقدير الحسابي:

«ما لم تدرس استراتيجيات التقدير الحسابي، فإن معظم الطلاب لن يتعلموا أو يستخدموا هذه الاستراتيجيات» (Reys, et al, 1984)، وبالتالي فإن القيام بتدريس هذه الاستراتيجيات يفترض أن يكون له أثر إيجابي في إتقان الطلاب لهذه المهارات، والتدريس الصريح لاستراتيجيات التقدير الحسابي يمكن أن يكون مفيداً جداً للطلاب الذين لم يستطيعوا تطوير هذه الاستراتيجيات بأنفسهم على الرغم من استعدادهم ذهنياً لتقبل هذه الاستراتيجيات (Sowder, 1989).

على المعلمين تدريب الطلاب على الحساب الذهني والتفكير الكمي بالأعداد، وذلك لتسهيل الحساب الحقيقي، كما يجب تدريس التقدير كموضوع مدرسي، علماً بأن الطلاب بالمراحل الدنيا تكون لديهم خبرات سابقة من حياتهم العملية ما قبل المدرسة في موضوع التقدير، سواء الكمي أو الحسابي، وبالتالي يمكن البناء على هذه الخبرات وتطويرها. وقد تمت الدعوة إلى تخصيص عدة دقائق من كل يوم لتمرين الطلبة على الحساب الذهني والتقدير الحسابي، وإلى توجيه الأسئلة التي تحث تفكير الطلاب (provoking thought questions) من نوع كيف ولماذا، وذلك لتطوير طرق تفكيرهم، كما يجب تطوير المناهج المدرسية وإثرائها في هذا الموضوع (Faulk,1962).

إن الطالب يملك خبرات حدسية في هذا الموضوع، وبالتالي فإن دور التدريس يأتي معمقاً لهذه الخبرات وبانياً عليها (Thompson, 1979; Faulk,1962).

تقييم التقدير الحسابي:

تعتبر عملية تقييم التقدير الحسابي أحد ثلاثة محاور رئيسية متعلقة بالتقدير الحسابي بشكل عام، وهي: تعليم التقدير (Instruction)، وممارسة التقدير (practice)، وتقييم التقدير (evaluation)، (Reys, et al, 1984). ويُجمع الأدب التربوي أن التقدير مهارة صعبة القياس (Sowder, 1992)، بحيث تصبح عملية التقييم التقليدية صعبة وغير فعالة (Reys & Bestgen, 1981). إن عملية تقييم التقدير ترتبط بعدة أمور مثل التوقيت، وصيغة الأسئلة وسياق الأسئلة (Reys, et al, 1984)، فالتوقيت مسألة مهمة لا يمكن إهمالها، وتعتمد على صيغة السؤال ونوع العملية ودرجة تعقيد الأعداد، كما أن طول الفترة المتاحة للتقدير يجب أن لا يكون أقصر من اللازم، بحيث يلجأ المقدر إلى التخمين العشوائي للجواب، ولا أطول من اللازم، بحيث يقوم المقدر بالحساب الحقيقي، وقد وجد أن الفترة التي استخدمت في معظم الدراسات المشابهة قد تراوحت من 10 إلى 15 ثانية، وبشكل عام أشار ريز إلى أن إعطاء وقت أقل أفضل من إعطاء وقت أكثر من اللازم، إن زيادة الوقت 5 ثوانٍ يؤدي إلى زيادة 10-20% في النتائج (Sowder, 1992)، ومن أجل التحكم في التوقيت فإن عملية العرض تكون باستخدام جهاز العرض، وباستخدام شفافيات وساعة توقيت. أما بالنسبة لصياغة الأسئلة، فيمكن أن تأتي ضمن عدة أشكال مثل الأسئلة ذات النهايات المفتوحة (open-ended estimation scale) حيث تكون الإجابة المقدرة صحيحة في حالة وقوع الإجابة ضمن فترة يتم تحديدها حسب استراتيجيات التقدير المناسبة والمتوقع استعمالها من قبل الطلبة، أو وفقاً لنسبة مئوية محددة تزيد وتنقص عن الجواب الحقيقي، وأسئلة النتائج المعقولة مقابل اللامعقولة (reasonable vs. unreasonable estimation scale)، حيث يمثل كل سؤال نتيجة لعملية حسابية، والمطلوب من الممتحن أن يقرر فيما إذا كانت النتيجة معقولة أو غير معقولة، وأسئلة العدد المرجعي (reference number estimation scale)، حيث يتم تحديد عدد مرجعي قريب من الجواب الحقيقي، ويطلب من الممتحن أن يقرر فيما إذا كانت النتيجة أكبر أو أقل من العدد المرجعي، وأسئلة رتبة القيمة المقدرة (order of magnitude estimation scale) وهي عبارة عن اختيار من متعدد، يختار فيها الممتحن العدد المقدر بالرتبة الصحيحة، وأخيراً أسئلة كلامية (word problems)، وهي عبارة عن مسائل كلامية يقوم الممتحن بتقدير الناتج بعد اختيار العملية أو العمليات الحسابية المناسبة (Reys, R., 1986).

تطبيقات:

يتألف هذا الجزء من نشاطات تساعد الطلاب (في الصفوف 4-6) على تطوير وعيهم للتقدير وأهميته، وتتحداهم للتفكير بالأعداد، وكيفية استعمالها (Mclntosh, et al, 1997):

نشاط (1)
كم هي مملوءة؟

الخلفية الرياضية:

يعتاد الطلاب على تقدير السعة في سن مبكرة، ففي البيت، أسئلة من نوع «كم تريد؟»، «كم يمكن أن تتسع؟» هي أسئلة شائعة، والإجابة عنها هي غالباً تقديرات.

إرشادات للمعلم:

يقدر الطالب في هذا النشاط الكسر العادي، والعشري، والنسبة المئوية لمقدار ما يحتويه كأس من سائل، وتستعمل مسطرة للقياس كدليل.

1- في الجزء الأول يقوم المعلم بإظهار الرسمة الأولى فقط (الكأس الأول)، ويقوم بالإجابة عنها، ثم يسأل الطلاب ما الجزء الكسري من الكأس الذي يحوي على السائل؟ مع استعمال التدريج على الطرف كدليل. يشجع المعلم الطلاب على وصف استراتيجياتهم (مثلاً: أستطيع أن أقول إن السائل أقل بقليل من الممتلئ، لذا أعتقد أنه حوالي 5/4).

2- يظهر المعلم بقية الكؤوس، ويسأل السؤال نفسه، يقدم المعلم المساعدة في إعطاء القاعدة إذا شعر أن الطلاب يواجهون صعوبات. يشجع المعلم الطلاب على تقدير إجابات، والتفكير بقاعدة عندما يقومون بالربط مع كسر مناسب، فمثلاً، إذا كانت السعة أقل من 1/2 بقليل، يكون 5/2 تقدير جيد، بينما 5/3 ليس بالتقدير الجيد.

3- في الجزء الثاني، يطلب المعلم من الطلبة أن يعطوا تقديراتهم ككسور عشرية.

4- في الجزء الثالث، يطلب المعلم من الطلبة أن يعطوا تقديراتهم كنسب مئوية.

إجابات النشاط:

استعمل هذه القيم كدليل، اقبل أية تقديرات معقولة.

الجزء الأول:

1- 5/4، 5/2، 5/5، 5/3.

2- 7/2، 7/5، 7/3، 7/6.

3- 11/8، 11/5، 11/3، 11/9.

الجزء الثاني:

1- 0.3، 0.5، 0.9، 0.2

2- 0.9، 0.6، 0.4، 0.7

3- 0.75، 0.05، 0.25، 0.45

الجزء الثالث:

1- 80%، 50%، 10%، 70%

2- 20%، 60%، 0%، 40%

3- 95%، 55%، 75%، 5%

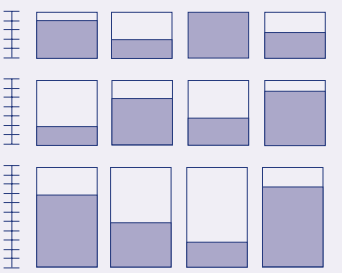
يمكن تطوير النشاط على النحو التالي:

اجعل الطلاب يقدرون الجزء الفارغ من الكأس.

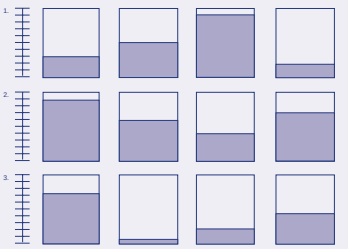
اطلب من الطلاب أن يجدوا صوراً لكؤوس ممتلئة بشكل جزئي، أو أوانٍ أخرى، وتقدير الجزء الممتلئ.

تحدى الطلاب في رسم كؤوس مملوءة بمقدار معطى على شكل كسر عادي أو عشري، أو نسبة مئوية.

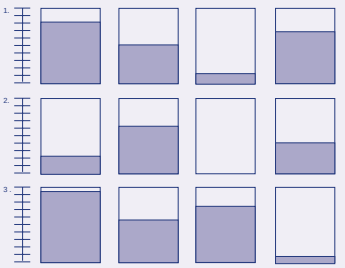
الجزء الأول:



الجزء الثاني:



الجزء الثالث:



نشاط (2)
ما هي النسبة المئوية؟

الخلفية الرياضية:

يحتاج الطلاب إلى فهم ذي معنى للنسبة المئوية، في هذا النشاط يطور الطلاب حساً للنسبة المئوية من خلال اكتشاف استراتيجيات لتقدير النسبة المئوية بصرياً، حيث يتم عرض مجموعة من المكعبات الرمادية والبيضاء، ويطلب من الطلاب تقدير النسبة المئوية للمكعبات البيضاء، ليس من خلال العد ولكن من خلال ملاحظة المجموعة كاملة، ثم تقدير الجزء الأبيض، وتمثيل تقديرهم على شكل نسبة مئوية.

إرشادات للمعلم:

هناك عدة طرق لتقدير الكميات في هذا النشاط، أقبل أي تقدير معقول.

1- في الجزء الأول، اشرح أنك ستعرض مجموعة من 100 مكعب، كلها إما بيضاء وإما رمادية، لمدة 5 ثوانٍ تقريباً، اعرض المجموعة الأولى، ثم اطلب من الطلاب تقدير نسبة المكعبات البيضاء من المجموعة، ثم شرَّح استراتيجيتهم في التقدير، على سبيل المثال:

- «أعتقد أن هناك أقل من 1/4 أبيض، لذا فأنا أقدر أنه يوجد أقل من 25% أبيض».
- أعتقد أن المكعبات الرمادية تشكل ضعفي المكعبات البيضاء على الأقل، لذا أعتقد أن البيضاء تكون أكثر من 30%».

2- يمكن أن تعرض طرقاً أخرى لتقدير النسبة المئوية، فعلى سبيل المثال تقدير النسبة المئوية للمكعبات البيضاء في جزء من المجموعة.

3- في الجزء الثاني، اشرح للطلاب أن كل مجموعة تحتوي على 20 مكعباً أبيض، ولكن عدد المكعبات الرمادية يختلف.

4- في الجزء الثالث، تأكد من أن الطلاب يدركون أن كل مجموعة تحتوي على 100 مكعب.

إجابات النشاط:

يركز هذا النشاط على كيفية عمل التقديرات، ولكن الإجابات الدقيقة تساعدك على الحكم على معقولية الجواب بدقة:

الجزء الأول:

1- 15% أبيض (15 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
2- 25% أبيض (25 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
3- 50% أبيض (50 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
4- 75% أبيض (75 مكعباً أبيض من 100 مكعب)

الجزء الثاني:

1- 40% أبيض (20 مكعباً أبيض من 50 مكعباً)
2- 50% أبيض (20 مكعباً أبيض من 40 مكعباً)
3- 25% أبيض (20 مكعباً أبيض من 80 مكعباً)
4- 80% أبيض (20 مكعباً أبيض من 25 مكعباً)

الجزء الثالث:

5- 80% أبيض (80 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
6- 40% أبيض (40 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
7- 56% أبيض (56 مكعباً أبيض من 100 مكعب)
8- 70% أبيض (70 مكعباً أبيض من 100 مكعب)

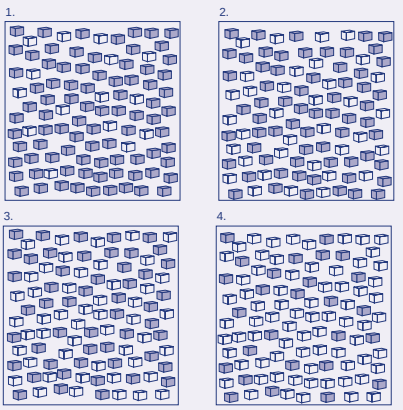
يمكن تطوير النشاط على النحو التالي:

اعرض مجموعة من المكعبات الحقيقية من لونين أو ثلاثة، واطلب تقدير النسبة المئوية لكل لون من المجموعة.

أعط الطلاب شبكة مربعات 10x10، أطلب منهم تلوين المربعات بلونين مختلفين أو ثلاثة، ثم تقدير النسبة المئوية لكل لون في تصميمهم.

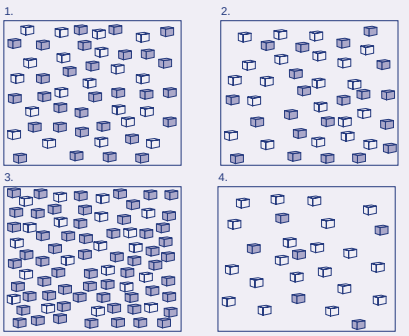
الجزء الأول:

قدر النسبة المئوية للمكعبات البيضاء في كل مجموعة من المكعبات، كل مجموعة تحتوي على 100 مكعب.



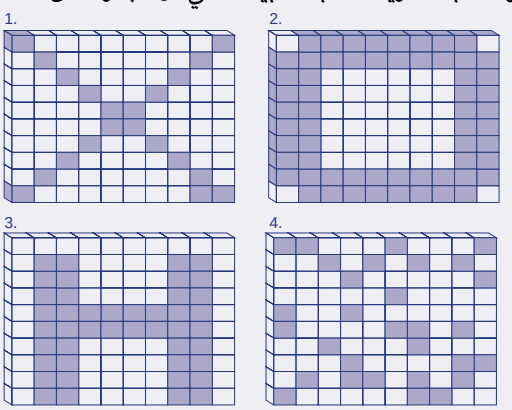
الجزء الثاني:

قدر النسبة المئوية للمكعبات البيضاء في كل مجموعة من المكعبات، كل مجموعة تحتوي على 20 مكعباً أبيض.



الجزء الثالث:

قدر النسبة المئوية للمكعبات البيضاء في كل مجموعة من المكعبات.



نشاط (3)
كم ترى تقريباً؟

الخلفية الرياضية:

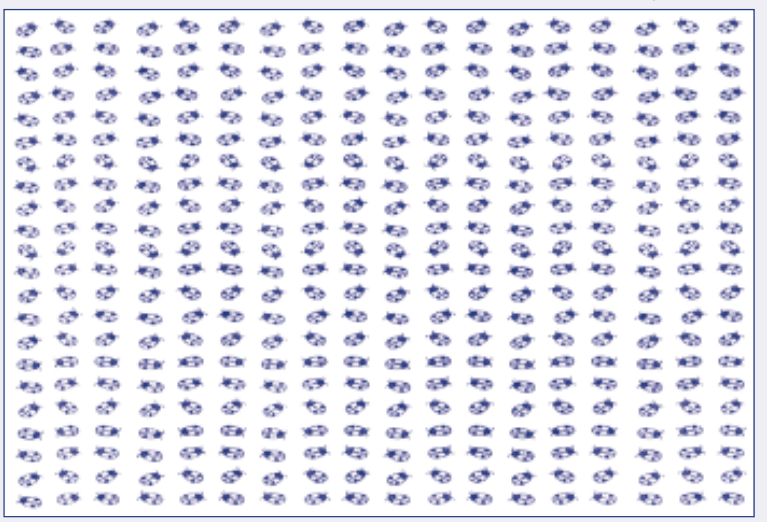
يعتبر التقدير عملية معقدة تتطلب التفكير بالأعداد بطرق مختلفة، كما تعتبر العلامات المرجعية أدوات فعالة في التقدير. فالعلامة المعيارية هي كمية تم إدراك حجمها في أوضاع مختلفة، فعلى سبيل المثال، إذا أخذت ساحة من المشاهدين (ستاد)، وقدرت عدد المشاهدين في جزء منه حوالي 500 شخص، فإن الـ 500 تستخدم كعلامة مرجعية لتقدير العدد الكلي للمشاهدين في الستاد. وعلى الرغم من أن الهدف من التقدير هو الحصول على إجابات معقولة، فإن ما هو معقول يعتمد على الوضع، فالطلاب يحتاجون أن يطوروا قدرة على تحمل الخطأ (في حدود المعقول)، وأن يطوروا إدراك متى يكون من الصعب أو المستحيل الحصول على إجابة دقيقة.

إرشادات للمعلم:

تكمن قيمة هذا النشاط في مدى ثراء النقاش المتولد عندما يتبادل الطلاب طرقهم في تقدير عدد الأشياء المعروضة في النشاط.

1- اعرض الجزء الأول على شفافية لمدة 30 ثانية تقريباً، اطلب من الطلاب أن يقدروا عدد الحشرات (أم سليمان) التي يرونها، للقيام بذلك نحتاج لتقدير عدد الصفوف والأعمدة في الشكل.

الجزء الأول:



2- اطلب من الطلاب أن يشرحوا كيف توصلوا لتقديراتهم؛ على سبيل المثال، أعطى الطلاب هذه الشروحات: «أنا أقدر حوالي 15 أفقياً و20 عمودياً، لذا أعتقد أنه يوجد 300»، «إنه أقل من 30x20، لذا تقديري أنه أقل من 600»، مثل هذه الإجابات تدل على تفكير رياضي قوي.

3- اعمل قائمة بطرق التقدير المختلفة التي استعملها الطلاب مع التقديرات التي توصلوا إليها من خلال هذه الطرق.

4- لاحظ أن النقود المعدنية في الجزء الثاني ليست مرتبة على شكل مصفوفة، وبالتالي فإن عملية التقدير أكثر صعوبة، اعرض الشفافية واسأل كم عدد القطع النقدية التي يرونها، وكيف قاموا بتقديراتهم.

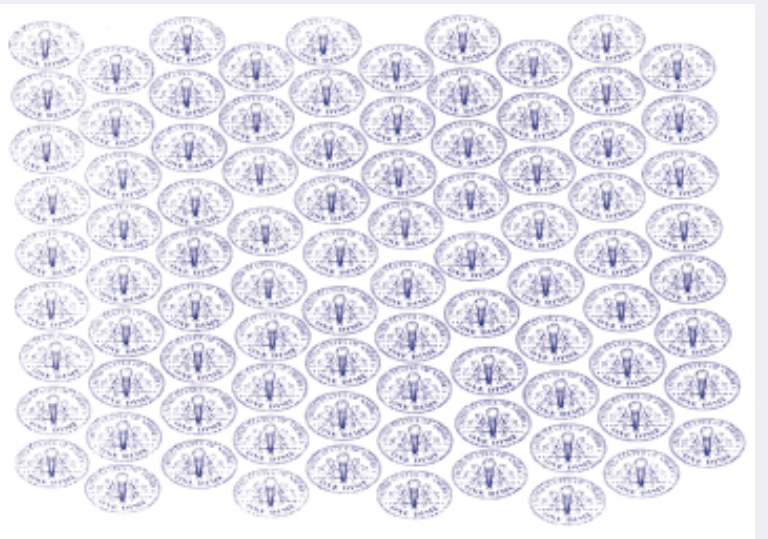
5- عندما يقوم الطلاب بتقديراتهم، تستطيع أن تستغل الفرصة في القيام ببعض الحساب الذهني المتعلق بالنقود؟

6- لاحظ أن الطيور في الجزء الثالث ليست بنفس الحجم، لذا فإن المهمة التقديرية هنا أكثر تحدياً، ولكن يمكننا أن نوظف مبدأ العلامات المرجعية، فعلى سبيل المثال يمكننا أن نقدر عدد الطيور في جزء من الشكل الكلي، ثم نستعمل ذلك كعلامة مرجعية.

يمكن تطوير النشاط على النحو التالي:

- اطلب من الطلاب أن يقدروا عدد بلاط الغرفة.
- اطلب من الطلاب أن يقدروا عدد الحجرة في إحدى واجهات بناية.
- اطلب من الطلاب أن يقدروا عدد العشب في متر مربع من بستان.

الجزء الثاني:



الجزء الثالث:

الخلاصة:

مما سبق، نلاحظ أن موضوع التقدير، موضوع له أبعاد وجوانب متعددة، يجب ألا نتجاوزها، أو نهملها، فهو مهارة ذهنية عليا، ونحن دائماً ننادي بتنمية مهارات التفكير العليا، كما أنه ينمي الحس العددي الذي بدوره يجعل التعلم ذا معنى عند الطالب.

وللأسف، فإن مفهوم التقدير الوارد في الكتب المدرسية يتمحور على التدوير دون غيره من الجوانب، وهنا تقع على المعلم مسؤولية الاهتمام بالجوانب الأخرى التي لا تقل أهمية.

ليانا جابر – باحثة في مركز القطان

ملاحظة: يمكنكم الحصول على قائمة كاملة بمراجع هذه المقالة من خلال العنوان البريدي: ljaber@qattanfoundation.org